令和５年度

中学校第３学年

数　学

注　意

1　先生の合図があるまで、冊子を開かないでください。

2　調査問題は、１ページから22ページまであります。問題用紙の空いている場所は、下書きや計算などに使用してもかまいません。

3　解答は、全て「数学」の解答用紙に記入してください。

4　解答は、ＨＢ以上の濃さの黒鉛筆(シャープペンシルも可、ボールペンは不可)を使い、**濃く、はっきりと**書いてください。

5　解答を選択肢から選ぶ問題は、解答用紙のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。

6　解答を記述する問題は、指示された解答欄に記入してください。解答欄からはみ出さないように書いてください。

7　解答には、定規やコンパスは使用しません。

8　解答用紙の解答欄は、裏にもあります。

9　調査時間は、50分間です。

10　「数学」の解答用紙に、組、出席番号を記入し、マーク欄を黒く塗りつぶしてください。

11　問題用紙の最後に、この調査問題について質問があります。解答時間終了後、先生の指示で回答してください。

調査問題は、次のページから始まります。

1 下の**ア**から**オ**までの数の中から自然数をすべて選びなさい。

ア　－5

イ　0

ウ　3

エ　4.7

オ　9

2　$12\left(\frac{x}{4}+\frac{y}{6}\right)$ を計算しなさい。

3 空間における平面が１つに決まる場合について正しく述べたものを、下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

ア　１点をふくむ平面は１つに決まる。

イ　２点をふくむ平面は１つに決まる。

ウ　１つの直線上にある３点をふくむ平面は１つに決まる。

エ　１つの直線上にない３点をふくむ平面は１つに決まる。

4　y は x に反比例し、比例定数は３です。このとき、x の値とそれに対応する y の値について、下の**ア**から**エ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。ただし、x の値が０の場合は考えないものとします。

ア　x の値と y の値の和は一定で、比例定数３に等しい。

イ　y の値から x の値をひいた差は一定で、比例定数３に等しい。

ウ　x の値と y の値の積は一定で、比例定数３に等しい。

エ　y の値を x の値でわった商は一定で、比例定数３に等しい。

5 ある市の中学生の水泳大会における女子50ｍ自由形に出場した40人の記録を調べました。調べた結果を、次の累積度数を含めた度数分布表に整理します。

女子50ｍ自由形の記録

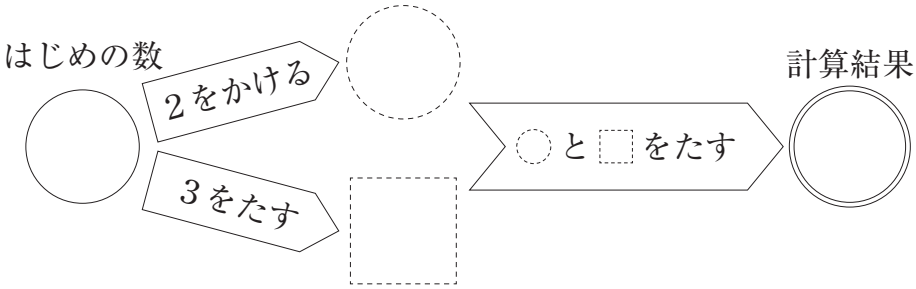
階級（秒）	度数（人）	累積度数（人）
以上　未満		
27.00 ～ 28.00	3	
28.00 ～ 29.00	2	
29.00 ～ 30.00	4	ア
30.00 ～ 31.00	11	
31.00 ～ 32.00	8	
32.00 ～ 33.00	6	
33.00 ～ 34.00	3	
34.00 ～ 35.00	3	
合計	40	

女子50ｍ自由形の記録の［ア］には最小の階級から29.00秒以上30.00秒未満の階級までの累積度数が入ります。［ア］に入る値を求めなさい。

調査問題は、次のページに続きます。

6 次の**図1**のように、はじめの数として◯に整数を入れて計算し、計算結果を求めます。

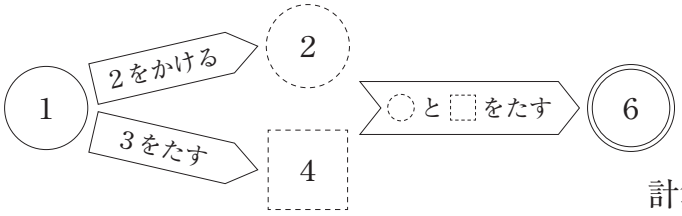
図1



夏希さんは、はじめの数として◯にいろいろな整数を入れて計算しています。例えば、はじめの数が1、4、−5のときは、それぞれ下のような計算になります。

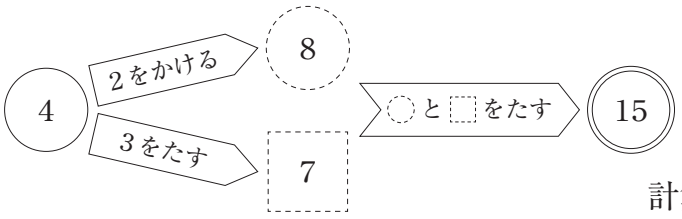
計算の例

はじめの数が1のとき



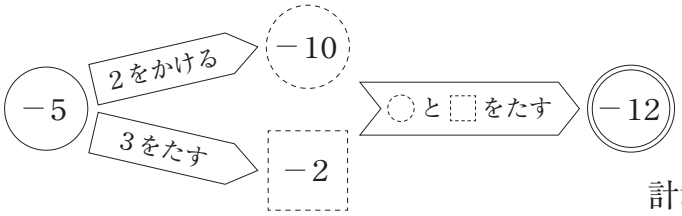
計算結果は　6　になる

はじめの数が4のとき



計算結果は　15　になる

はじめの数が −5 のとき



計算結果は −12 になる

次の(１)から(３)までの各問いに答えなさい。

（１）はじめの数が11のとき、計算結果を求めなさい。

（２）夏希さんは、前ページの**計算の例**の計算結果がどんな数になるかを調べています。

１のとき	6	$6 = 3 \times 2$
４のとき	15	$15 = 3 \times 5$
-5のとき	-12	$-12 = 3 \times (-4)$

夏希さんは、これらのことから、「はじめの数としてどんな整数を入れても、計算結果はいつでも３の倍数になる」と予想しました。この予想が成り立つことは、次のように説明できます。

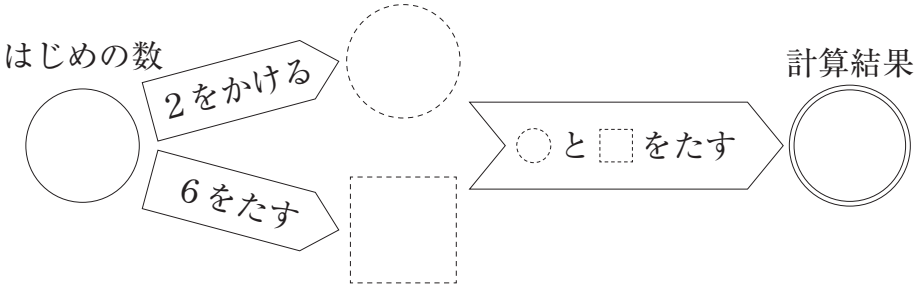
説明１

はじめの数として入れる整数をnとすると、はじめの数に２をかけた数は$n \times 2$、３をたした数は$n + 3$と表される。
計算結果は、
$n \times 2 + (n + 3)$
$= 2n + n + 3$
$= 3n + 3$
$= 3(n + 1)$
$n + 1$は整数だから、$3(n + 1)$は３の倍数である。
したがって、はじめの数としてどんな整数を入れても、
計算結果はいつでも３の倍数である。

ここで、夏希さんは、前ページの**図１**で、はじめの数としてどんな整数を入れても、計算結果がいつでも３の倍数になるのは、「３をたす」の「３」が３の倍数であるからではないかと考えました。

そこで、７ページの**図１**の「２をかける」のかける数「２」は変えずに、「３をたす」のたす数「３」を３の倍数である「６」に変えた次の**図２**をかきました。

図２



そして、はじめの数として２、５、－４を入れ、計算結果が３の倍数になるか調べました。

２のとき　12　　12 = 3 × 4
５のとき　21　　21 = 3 × 7
－４のとき －６　　－６ = 3 ×（－２）

調べたことから、夏希さんは、はじめの数としてどんな整数を入れても「はじめの数にかける数が２、たす数が６ならば、計算結果はいつでも３の倍数になる」と予想しました。

この予想が成り立つことを説明します。下の**説明２**を完成しなさい。

説明２

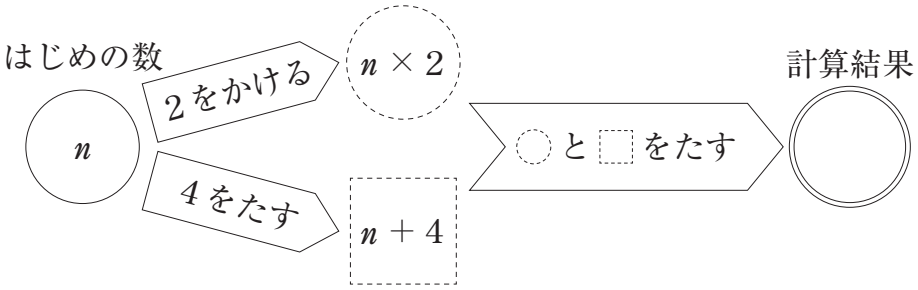
はじめの数として入れる整数を n とすると、はじめの数に２をかけた数は $n \times 2$、６をたした数は $n + 6$ と表される。
計算結果は、

$n \times 2 + (n + 6)$
$=$

（3）夏希さんは、7ページの**図1**の「2をかける」のかける数「2」は変えずに、「3をたす」のたす数「3」を4の倍数である「4」や「8」に変えれば、計算結果がいつでも4の倍数になると考えました。そして、はじめの数としてどんな整数を入れても「はじめの数にかける数が2、たす数が4ならば、計算結果はいつでも4の倍数になる」と予想しました。

そこで、夏希さんは、はじめの数として入れる整数をnとし、次の**図3**をかき、下のように計算しました。

図3



夏希さんの計算

はじめの数として入れる整数をnとすると、はじめの数に2をかけた数は$n \times 2$、4をたした数は$n + 4$と表される。
計算結果は、
$n \times 2 + (n + 4)$
$= 2n + n + 4$
$= 3n + 4$

計算結果が$3n + 4$となることから、はじめの数としてどんな整数を入れても「はじめの数にかける数が2、たす数が4ならば、計算結果はいつでも4の倍数になる」という予想は成り立たないことがわかります。

上の**夏希さんの計算**をもとに考えたとき、はじめの数にかける数がいくつ、たす数がいくつならば、計算結果はいつでも4の倍数になると予想できますか。「**～ならば、……になる。**」という形で書きなさい。

7 イチョウの木の大部分の葉が黄色に変わった最初の日を黄葉日(おうようび)といいます。一花さんと啓太さんは、黄葉日が以前と比べるとだんだん遅くなってきている傾向にあることをニュースで知り、二人が住む地域も同じ傾向にあるのかが気になりました。そこで、二人が住む地域の黄葉日を調べたところ、1961年から2020年までの60年分の記録がありました。

二人は、黄葉日の傾向を調べるために、各年の黄葉日を9月30日からの経過日数で表すことにしました。このとき、経過日数は10月1日が1日となり、10月31日は31日、11月1日は32日となります。

そして、二人は次のような表にまとめました。

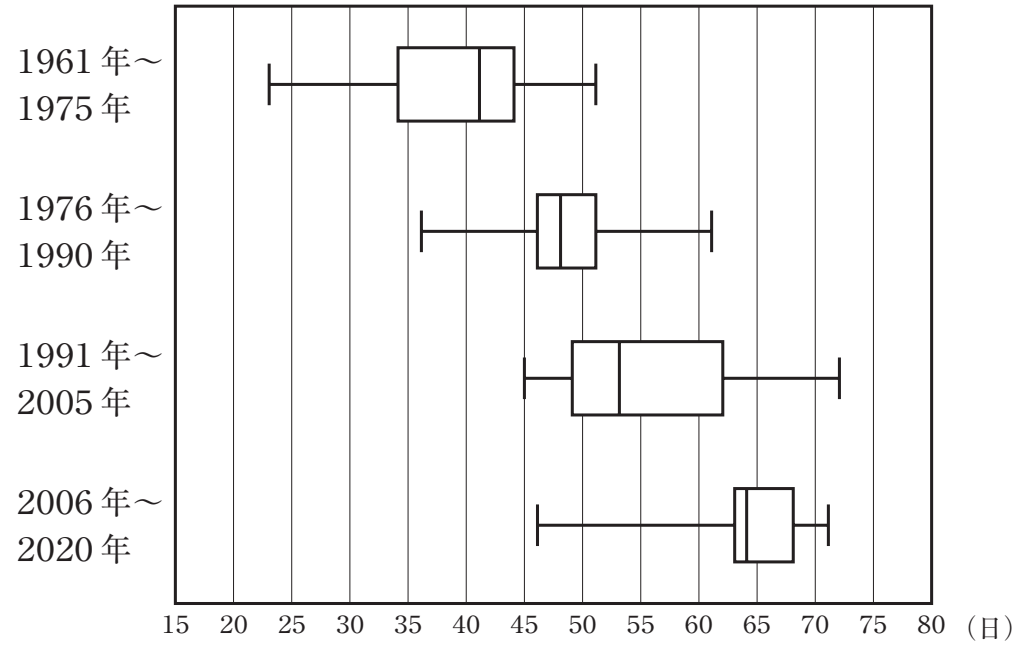
各年の黄葉日

年	黄葉日	経過日数(日)
1961	10月23日	23
1962	11月10日	41
1963	11月10日	41
1964	11月13日	44
1965	11月12日	43
⋮	⋮	⋮
2019	12月10日	71
2020	12月　4日	65

二人は、上の表を見て、経過日数が年によって大きくなったり小さくなったりしていることに気づきました。そこで、60年分の経過日数を何年かごとのまとまりで分けて箱ひげ図で表し、それぞれの分布の傾向を比較することにしました。

次のページの**黄葉日までの経過日数の分布**は、15年ごとのまとまりとして1961年～1975年、1976年～1990年、1991年～2005年、2006年～2020年の4つに分けてまとめたものです。

黄葉日までの経過日数の分布



	経過日数(日)				
	最小値	第1四分位数	中央値	第3四分位数	最大値
1961年～1975年	23	34	41	44	51
1976年～1990年	36	46	48	51	61
1991年～2005年	45	49	53	62	72
2006年～2020年	46	63	64	68	71

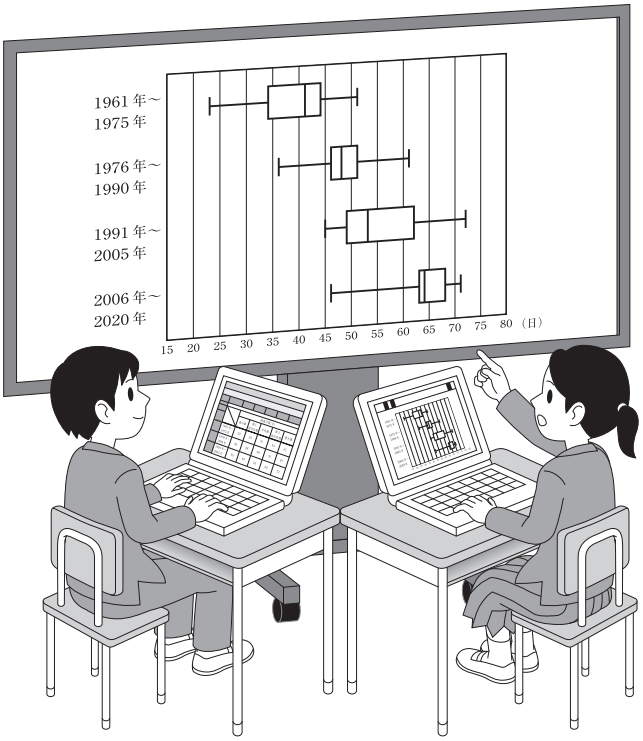
次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 1961年～1975年の四分位範囲を求めなさい。

（2）二人は、前ページの箱ひげ図を見て、話し合っています。

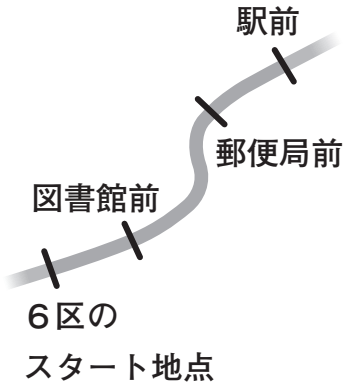
一花さん「4つの箱ひげ図を見ると、黄葉日はだんだん遅くなっている傾向がありそうだね。」
啓太さん「でも、1991年～2005年と2006年～2020年の箱ひげ図は、右端と左端が同じくらいの位置にあるよ。遅くなっているといえるのかな。」
一花さん「確かに箱ひげ図の右端と左端についてはそうだけど、箱に着目すれば、2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にあるといえるのではないかな。」

前ページの箱ひげ図を見ると、一花さんのように「2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にある」と主張することができます。そのように主張することができる理由を、1991年～2005年と2006年～2020年の2つの箱ひげ図の箱に着目して説明しなさい。

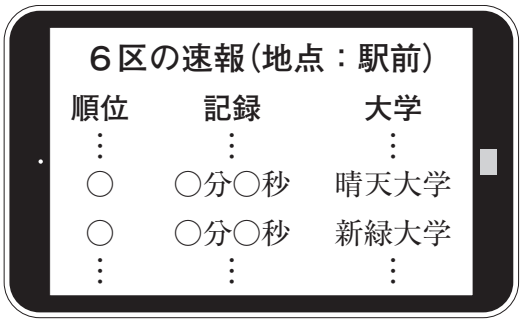


調査問題は、次のページに続きます。

8 大悟さんが住む地域にある新緑大学は、大学対抗駅伝大会に出場します。この駅伝大会では、コースを７区間に分け、１区から７区までをリレー形式で走ります。大悟さんは、新緑大学の６区の選手の応援に行きました。６区の道のりは12000 mあり、６区のスタート地点では、晴天大学が先にスタートし、新緑大学がその100秒後にスタートしました。



大悟さんは、インターネットで６区の速報を見て、新緑大学が晴天大学に追いつきそうだと考え、その地点を予想することにしました。





そこで、大悟さんは、晴天大学と新緑大学の６区の各地点の記録を、晴天大学の６区の選手がスタートしたときを０秒として、下のような表にまとめました。

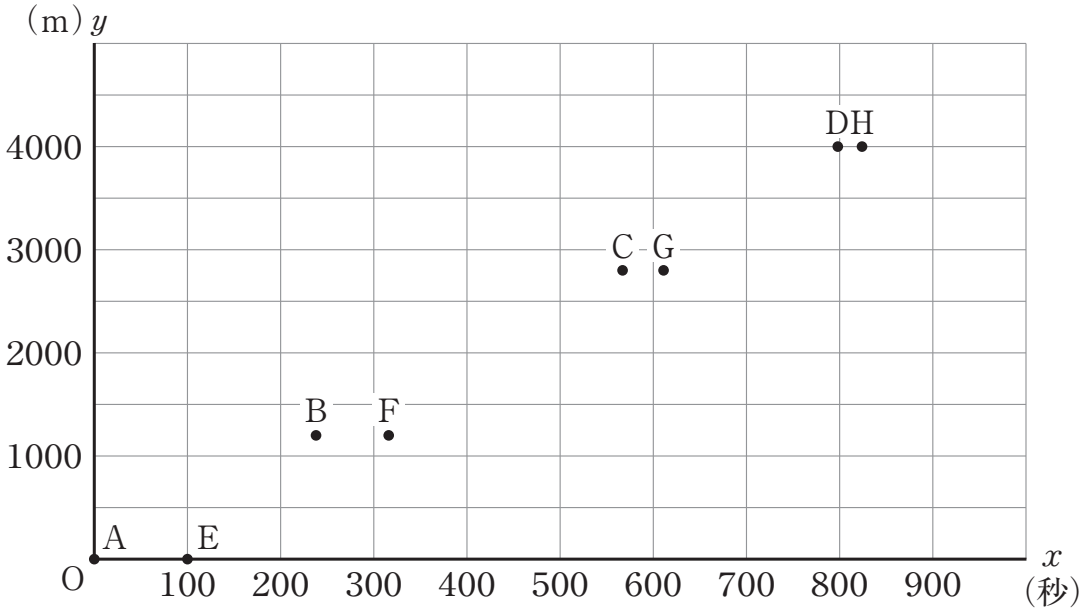
大悟さんがまとめた表

地点	スタート地点からの道のり	晴天大学	新緑大学
スタート地点	0 m	0 秒	100 秒
図書館前	1200 m	238 秒	316 秒
郵便局前	2800 m	567 秒	611 秒
駅前	4000 m	798 秒	824 秒

前ページの**大悟さんがまとめた表**の記録について、例えば、新緑大学の「316秒」は、晴天大学がスタート地点をスタートしてから316秒後に、新緑大学が図書館前を通過したことを表しています。

大悟さんは、晴天大学の6区の選手がスタートしてからの時間をx秒、6区の選手が走った道のりをymとし、前ページの**大悟さんがまとめた表**をもとに下のようなグラフに表しました。点Aから点Dが晴天大学、点Eから点Hが新緑大学を表しています。

6区の選手の記録のグラフ

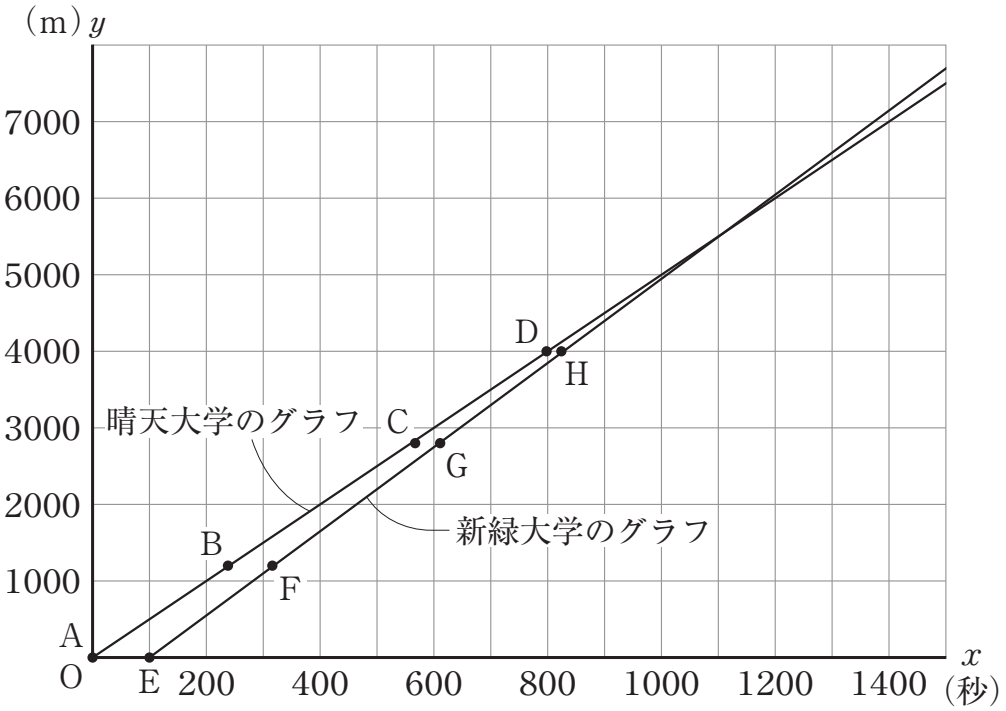


次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 晴天大学が駅前を通過した時間と新緑大学が駅前を通過した時間の差は、上の**6区の選手の記録のグラフ**に表された点Aから点Hのうち、2つの点のx座標の差に表れます。点Aから点Hまでの中から、その2つの点を選んで書きなさい。

（２）大悟さんは、前ページの**６区の選手の記録のグラフ**を見て、点Ａから点Ｄまで、点Ｅから点Ｈまでの各点がそれぞれ一直線上にあると考えることにしました。そこで、コンピュータを使って、次のような２つの直線に表したところ、それぞれの x と y の関係を表す式は、晴天大学が $y = 5x$、新緑大学が $y = 5.5x - 550$ と表されました。

コンピュータを使って表された直線のグラフと式



晴天大学の式　$y = 5x$

新緑大学の式　$y = 5.5x - 550$

晴天大学のグラフと新緑大学のグラフがそれぞれ直線で表されていることは、二人の選手について次のように考えたことになります。

> 晴天大学のグラフと新緑大学のグラフがそれぞれ直線で表されていることは、二人の選手について、［　　］が一定であると考えたことになります。

上の［　　］に当てはまる言葉として正しいものを、下の**ア**から**オ**までの中から１つ選びなさい。

ア　それぞれの走る速さ

イ　それぞれの走る時間

ウ　それぞれの走る道のり

エ　走る時間の差

オ　走る道のりの差

（３）新緑大学が晴天大学に追いつくのが、６区のスタート地点からおよそ何ｍの地点になるのかを考えます。下の**ア**、**イ**のどちらかを選び、それを用いておよそ何ｍの地点になるのかを求める方法を説明しなさい。**ア**、**イ**のどちらを選んで説明してもかまいません。また、実際に何ｍかを求める必要はありません。

ア　晴天大学のグラフと新緑大学のグラフ

イ　晴天大学の式と新緑大学の式

9 次の**図１**のように、ＣＡ＝ＣＢの二等辺三角形ＡＢＣと、△ＡＢＣ≡△ＤＥＦとなるような△ＤＥＦの２つの三角形を厚紙で作ります。

図１

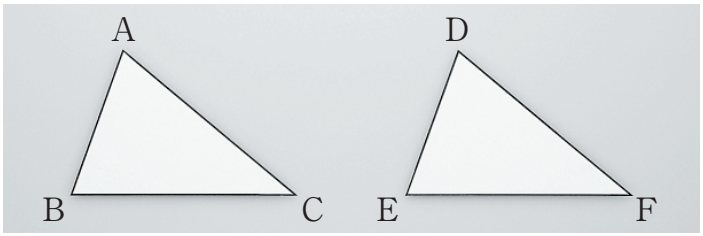
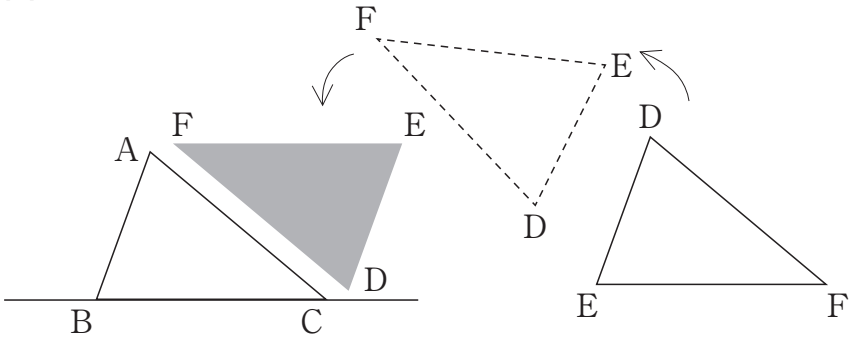


図１の２つの三角形の厚紙を使って、次の**方法１**と**方法２**でそれぞれ２つの直線をひきます。

方法１

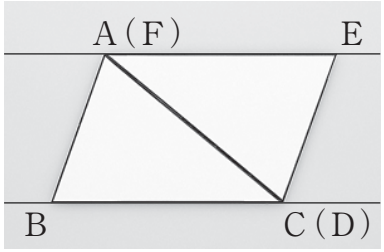
㋑ △ＡＢＣを置いて、直線ＢＣをひく。そして、**図２**のように、△ＤＥＦを回して、点Ｆを点Ａに、点Ｄを点Ｃに重ねる。

図２



㋺ **図３**のように、点Ａと点Ｆが重なった点をＡとして、直線ＡＥをひく。また、点Ｃと点Ｄが重なった点をＣとする。

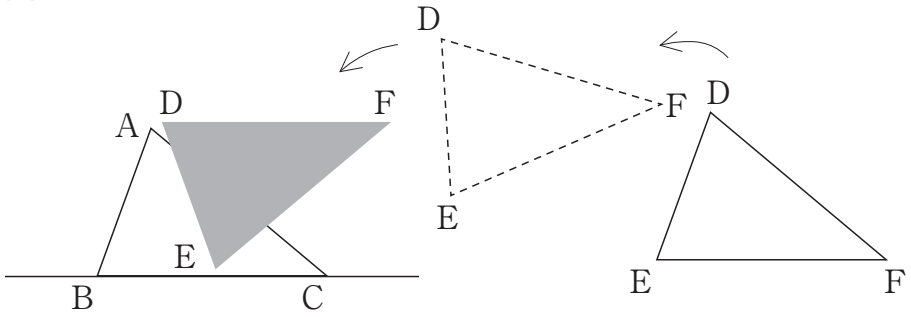
図３



方法２

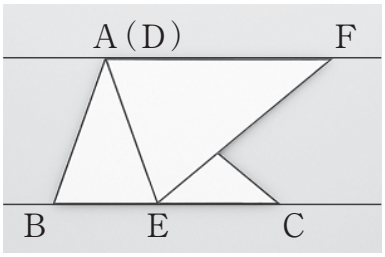
① △ＡＢＣを置いて、直線ＢＣをひく。そして、**図４**のように、△ＤＥＦを回して、点Ｄを点Ａに、点Ｅを直線ＢＣ上に置く。ただし、点Ｅは点Ｂと重ならないように置く。

図４



② **図５**のように、点Ａと点Ｄが重なった点をＡとして、直線ＡＦをひく。

図５



優奈さんは、**方法１**の直線ＢＣと直線ＡＥ、**方法２**の直線ＢＣと直線ＡＦがそれぞれ平行になるのではないかと考え、調べることにしました。

次の(１)、(２)の各問いに答えなさい。

(１) 優奈さんは、前ページの**方法１**の直線ＢＣと直線ＡＥが平行になるかどうかを調べるために、右の**図６**をかきました。**図６**の△ＡＢＣと△ＣＥＡは、それぞれＣＡ＝ＣＢ、ＡＣ＝ＡＥで、△ＡＢＣ≡△ＣＥＡです。

図６

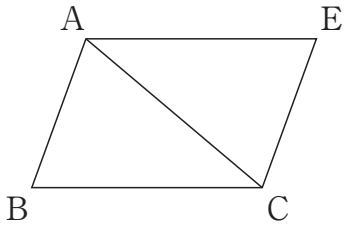
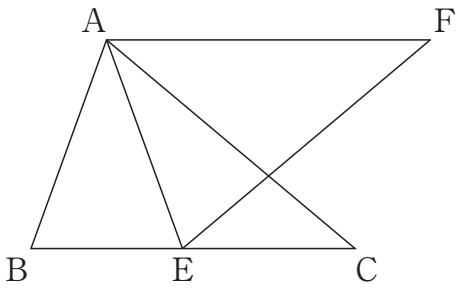


図６において、ＢＣ // ＡＥであることは、すでにわかっている△ＡＢＣ≡△ＣＥＡをもとにして、同位角または錯角が等しいことを示すことで証明できます。ＢＣ // ＡＥであることを証明しなさい。

（2）優奈さんは、前ページの**方法２**の直線ＢＣと直線ＡＦが平行になるかどうかを調べるために、次の**図７**をかきました。**図７**の△ＡＢＣと△ＡＥＦは、それぞれＣＡ＝ＣＢ、ＦＡ＝ＦＥで、△ＡＢＣ≡△ＡＥＦです。この図において、優奈さんはＢＣ∥ＡＦであることを証明することにしました。

図７



ＢＣ∥ＡＦであることは、次のように証明できます。

証明１

△ＡＢＣ≡△ＡＥＦより、合同な図形の対応する辺と角はそれぞれ等しいから、

ＡＢ＝ＡＥ　……①

∠ＡＢＣ＝∠ＡＥＦ　……②

△ＡＥＦにおいて、二等辺三角形の底角は等しいから、

∠ＥＡＦ＝∠ＡＥＦ　……③

②、③より、

∠ＡＢＣ＝∠ＥＡＦ　……④

また、①より、△ＡＢＥは二等辺三角形である。

二等辺三角形の底角は等しいから、

∠ＡＢＥ＝∠ＡＥＢ　……⑤

∠ＡＢＥ＝∠ＡＢＣだから、④、⑤より、

∠ＥＡＦ＝∠ＡＥＢ

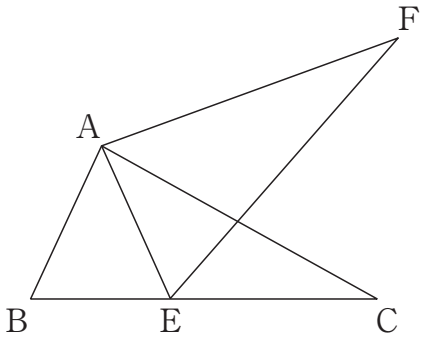
よって、錯角が等しいから、

ＢＣ∥ＡＦ

次に、優奈さんは、19ページの**図１**の２つの三角形を△ＡＢＣ≡△ＤＥＦであることは変えずに、二等辺三角形ではない三角形に変えました。この場合も**方法２**でひいた２つの直線が平行になるかどうかを確かめたところ、２つの直線は平行になりませんでした。

なぜ平行にならなくなったのかを調べるために、次の**図８**をかきました。**図８**の△ＡＢＣと△ＡＥＦは二等辺三角形ではなく、△ＡＢＣ≡△ＡＥＦです。

図８



優奈さんは、**図８**でＢＣ // ＡＦとならないのは、前ページの**証明１**の①から⑤のどれかが成り立たないからだと考えました。

図８のような二等辺三角形ではない合同な２つの三角形の場合には、∠ＥＡＦ＝∠ＡＥＢとならないため、ＢＣ // ＡＦとなりません。このことは、**証明１**をもとに、次のように説明することができます。

二等辺三角形ではない合同な２つの三角形の場合には、**証明１**の［　Ⅰ　］が成り立たないから、［　Ⅱ　］が成り立たない。よって、∠ＥＡＦ＝∠ＡＥＢとならないから、ＢＣ // ＡＦとならない。

上の［　Ⅰ　］には**証明１**の①、②、③のどれか１つが、［　Ⅱ　］には**証明１**の④、⑤のどちらか１つが当てはまります。［　Ⅰ　］、［　Ⅱ　］に当てはまるものをそれぞれ書きなさい。

これで、数学の調査問題は終わりです。
最後に質問があります。解答時間終了後、
先生の指示で回答してください。

【質問】　※解答時間終了後、先生の指示で回答してください。

それぞれの質問について、当てはまるものやあなたの考えに最も近いものを１つ選んで、解答用紙の □ の中のマーク欄（番号）を黒く塗りつぶしてください。

（1）今回の数学の問題では、解答を言葉や数、式を使って説明する問題がありました。それらの問題について、どのように解答しましたか。

1　全ての書く問題で最後まで解答を書こうと努力した

2　書く問題で解答しなかったり、解答を書くことを途中であきらめたりしたものがあった

3　書く問題は全く解答しなかった

（2）解答時間は十分でしたか。（50 分）

1　時間が余った

2　ちょうどよかった

3　やや足りなかった

4　全く足りなかった